

GENERAL ENGINEERING **NUMERICAL** FOR CHARGEMAN (LDCE)

हिंदी संस्करण

चार्जमैन की विभागीय प्रतियोगिता (LDCE) के लिये उपयोगी

मो. 09425376718, 9406930443

PRINTED AND PUBLISHED BY:-

SMT. SUSHAMA SHRIVASTAVA,

ANANT PUBLICATION,

3810/9A, KHAJANCHI NAGAR, ADHARTAL, JABALPUR (M.P.)

PIN-482004

MOB. - 09425376718, 9406930443

Email-sushri05@gmail.com

Copyright reserved with publishers.

“No part of this book may be reproduced or translated in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying or otherwise without the prior written permission of the publishers”.

First edition-2025

ISBN-

SYLLABUS FOR GENERAL PAPER IN ENGINEERING

UNITS- Introduction, Definition, Classification of Units.

GENERAL SIMPLIFICATIONS- Introduction, Fractions, Decimals, Divisions, and Multiplications of Fractions.

SQUARE ROOTS- Square and Square roots, Symbol of root, Method of finding out the Square roots.

GRAPH- Definition, Rules for drawing graph, Drawing and reading of simple graphs, Graph of simple equations and compound equations.

RATIO AND PROPORTION- Ratio, Proportion.

PERCENTAGE

ALGEBRA- Introduction, Addition and Subtraction, Multiplication and Division. Algebraic formulae, Proofs, Factorization, Equations.

MENSURATION- Introduction, Rectangle, Square, Parallelogram, Rhombus, Trapezium, Triangles, Hexagon, Circle, Sector, Segment of a Circle, Ellipse, Length of Belts, Area of irregular surfaces, Area of four walls, Finding out volume of solids, frustum of cone and pyramid.

TRIGONOMETRY- Definition, Trigonometrical formulae, Measurement of angles, Use of trigonometrical tables and logarithmic trigonometric tables. Trigonometric values of certain degrees, Area of triangle, line bar, Angle of elevation and depression, Taper turning Calculations, Solution of Triangles using Sine Rule and Cosine Rule.

METALS- Properties of metal, Types of metals, Difference between ferrous and non-ferrous metals, Ferrous metals, Classification of Iron, Pig Iron, Cast Iron, Wrought Iron, Steel. Types of Steel, difference between Cast Iron and Steel, Alloy Steel, Type of Alloy steel, Non-ferrous metals, Melting point and Weight. Non-ferrous Alloys.

HEAT TREATMENT- Function of heat treatment, Critical temperature, Annealing,

Normalizing, Hardening. Tempering and Case Hardening.

DENSITY AND RELATIVE DENSITY- Mass, Unit of mass, Weight, Difference between mass and weight of substance, Density, Unit of Density, Relative Density.

FORCE- Newton's laws of motion, Unit of force, To find out resultant force, Space and vector diagrams, Representation of force, Parallel forces, Couple, Parallelogram law of force, conditions of equilibrium, Kinds of equilibrium, some examples of equilibrium in daily life, Triangle of force, Converse of triangle of forces, Lami's theorem, Jib Crane.

MOMENT AND LEVER- Moments, Unit, Arm of Couple and Moment of Couple, Lever.

SIMPLE MACHINES- Simple Machines, Effort and Load, Mechanical Advantage, Velocity Ratio, Output and Input, Efficiency, Velocity Ratio and Mechanical Advantage, Pulley Block, Incline Plane, Simple Wheel and axle, Simple Screw Jack.

WORK POWER AND ENERGY - Work, Units of work, Power, Units of Power, Horse Power of Engines, Mechanical Efficiency, Energy. Uses of Energy, Potential and Kinetic Energy, Examples of Potential and Kinetic Energies. Transmission of power by a belt pulley drive.

FRICTION- Definition, Advantages and Disadvantages of Friction. Normal Reaction, Limiting friction, Laws of Limiting friction, Coefficient of friction, Angle of friction, Inclined plane, Force of friction, when the force is horizontal, Force of reaction when the force is inclined at an angle, with the horizontal.

SIMPLE STRESSES AND STRAINS- Introduction, Stress and Strain, Different types of stresses. Hooke's law, Young's modulus or Modulus of Elasticity. Yield point, Ultimate Stress and working stress, Factor of Safety, Stress-Strain Graph, modulus of Rigidity, Poisson's Ratio, Bulk modulus, Relationship between three modulus for a given material.

VELOCITY AND SPEED -Rest and motion, vector quantity, Scaler quantity, Speed, Velocity, Difference between velocity and speed, Acceleration, Equation of motion, Motion under the force of gravity.

HEAT- Heat, Unit of heat, Temperature, Difference between Heat and Temperature, Boiling point, Melting point, Scale of Temperature, Specific heat, Thermal capacity, Water equivalent of heat, Inter change of heat, Calorimeter, Latent heat of fusion, Latent heat of vapour, Transmission of heat, Thermos flask, Pyrometer, Thermocouple, Thermo electric Pyrometer, Coefficient of linear expansion, Indicated Thermal Efficiency, Brake Thermal Efficiency.

ELECTRICITY - Introduction, Use of electricity, Molecule, Atom, Particles in Atom, How electricity is produced, Electric Current, Ammeter, Electromotive Force, Electric Voltage, Potential difference, Resistance, Conductor, Insulator, Switch, Fuse, Circuit, Ohm's law, Series and Parallel connections, Power, Horse Power, Energy, Unit of Electrical Energy.

PRESSURE- Atmosphere, Atmospheric pressure, Pressure, Unit, Pressure at a depth in a liquid, Absolute pressure, Gauge pressure, and vacuum pressure, How to measure pressures.

CENTRE OF GRAVITY- Introduction, Definition, Centroid, Methods of finding out Centre of gravity of figures, Centre of gravity of certain geometrical configurations, Centre of gravity Calculations.

THIN CYLINDRICAL SHELLS- Thin cylindrical shells, Assumptions, Circumstantial or Hoop Stresses, Longitudinal or Axial Stresses, Relationship between Stresses, Built up Cylindrical shells.

References

1. Work Shop Calculation & Science by Kapil Dev Asian Publishers, Delhi.
2. Basic Workshop Calculation and Science by R P Kumaer, R Dev, K C Narang New heights, Karol Bagh, New Delhi-110005

भाग (Fractions)

1. सरल भिन्न का भाग (Simple Fraction Division)

प्रश्न 1:

$$34 \div 25 = ? \frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = ?$$

उत्तर: जब हम भिन्नों का भाग करते हैं, तो हम दूसरे भिन्न का पलट (reciprocal) लेकर उसे पहले भिन्न से गुणा करते हैं।

$$\begin{aligned} 34 \div 25 &= 34 \times \frac{5}{2} = 3 \times 54 \times 2 \\ &= 158 \frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} \\ &= \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{15}{8} \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

यहां, $25 \frac{2}{5}$ का पलट $52 \frac{5}{2}$ लिया और फिर गुणा किया।
परिणामस्वरूप, $158 \frac{15}{8}$ आया, जो एक इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन है।
इसे मिश्रित संख्या के रूप में $1781 \frac{7}{8}$ में लिखा जा सकता है।

2. भिन्न का भाग (Fraction Division)

प्रश्न 2:

$$79 \div 45 = ? \frac{7}{9} \div \frac{4}{5} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 79 \div 45 &= 79 \times \frac{5}{4} = 7 \times 59 \times 4 \\ &= 3536 \frac{7}{9} \div \frac{4}{5} = \frac{7}{9} \times \frac{5}{4} \\ &= \frac{7 \times 5}{9 \times 4} = \frac{35}{36} \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

इसमें, $45 \frac{4}{5}$ का पलट $54 \frac{5}{4}$ लिया गया और फिर गुणा किया।
परिणामस्वरूप, $3536 \frac{35}{36}$ आया, जो एक साधारण भिन्न है।

3. मिश्रित संख्या का भाग (Division of Mixed Numbers)

प्रश्न 3:

$$212 \div 113 = ? 2 \frac{1}{2} \div 1 \frac{1}{3} = ?$$

उत्तर:

मिश्रित संख्या को पहले इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलते हैं:

$$212 = 52, 113 = 432 \frac{1}{2} = \frac{5}{2}, 1 \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

अब,

$$\begin{aligned} 52 \div 43 &= 52 \times \frac{3}{4} = 5 \times 32 \times 4 \\ &= 158 = 178 \frac{5}{2} \div \frac{4}{3} \\ &= \frac{5}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{2 \times 4} = \frac{15}{8} \\ &= 1 \frac{7}{8} \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

हमने पहले मिश्रित संख्या को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदला, फिर दूसरे भिन्न का पलट लिया और गुणा किया। अंतिम

परिणाम $1781 \frac{7}{8}$ आया।

4. भिन्न का भाग (Fraction Division)

प्रश्न 4:

$$815 \div 49 = ? \frac{8}{15} \div \frac{4}{9} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned}815 \div 49 &= 815 \times 94 \\&= 8 \times 915 \times 4 = 7260 \\&= 65 = 115 \frac{8}{15} \div \frac{4}{9} \\&= \frac{8}{15} \times \frac{9}{4} = \frac{8 \times 9}{15 \times 4} = \frac{72}{60} \\&= \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}\end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

हमने $49 \frac{4}{9}$ का पलट $94 \frac{9}{4}$ लिया, फिर गुणा किया और परिणाम $65 \frac{6}{5}$ आया, जिसे मिश्रित संख्या $1151 \frac{1}{5}$ के रूप में लिखा गया।

5. भिन्न का भाग (Fraction Division with Whole Number)

प्रश्न 5:

$$6 \div 37 = ? \quad 6 \div \frac{3}{7} = ?$$

उत्तर:

$$6 = 616 = \frac{6}{1}$$

अब,

$$\begin{aligned}61 \div 37 &= 61 \times 73 = 6 \times 71 \times 3 \\&= 423 = 14 \frac{6}{1} \div \frac{3}{7} \\&= \frac{6}{1} \times \frac{7}{3} = \frac{6 \times 7}{1 \times 3} = \frac{42}{3} \\&= 14\end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

यहां, हमने 66 को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन $61 \frac{6}{1}$ में बदला, फिर $37 \frac{3}{7}$ का पलट लिया और गुणा किया। अंतिम परिणाम 1414 आया।

6. मिश्रित संख्या का भाग (Division of Mixed Numbers)

प्रश्न 6:

$$314 \div 223 = ? \quad 3 \frac{1}{4} \div 2 \frac{2}{3} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned}314 &= 134, 223 = 833 \frac{1}{4} = \frac{13}{4}, \quad 2 \frac{2}{3} \\&= \frac{8}{3}\end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned}134 \div 83 &= 134 \times 38 \\&= 13 \times 34 \times 8 = 3932 \\&= 1732 \frac{13}{4} \div \frac{8}{3} = \frac{13}{4} \times \frac{3}{8} \\&= \frac{13 \times 3}{4 \times 8} = \frac{39}{32} = 1 \frac{7}{32}\end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

हमने पहले मिश्रित संख्या को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदला, फिर दूसरे भिन्न का पलट लिया और गुणा किया। अंतिम परिणाम $17321 \frac{7}{32}$ आया।

7. भिन्न का भाग (Fraction Division)

प्रश्न 7:

$$1225 \div 45 = ? \quad \frac{12}{25} \div \frac{4}{5} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned}1225 \div 45 &= 1225 \times 54 \\&= 12 \times 525 \times 4 = 60100 \\&= 35 \frac{12}{25} \div \frac{4}{5} = \frac{12}{25} \times \frac{5}{4} \\&= \frac{12 \times 5}{25 \times 4} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}\end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

हमने $45\frac{4}{5}$ का पलट $54\frac{5}{4}$ लिया और फिर गुणा किया। अंतिम परिणाम $35\frac{3}{5}$ आया।

8. भिन्न का भाग (Fraction Division)

प्रश्न 8:

$$78 \div 34 = ? \frac{7}{8} \div \frac{3}{4} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 78 \div 34 &= 78 \times 43 = 7 \times 48 \times 3 \\ &= 2824 = 76 \\ &= 116\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{7 \times 4}{8 \times 3} = \frac{28}{24} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

हमने $34\frac{3}{4}$ का पलट लिया और गुणा किया, जिसके परिणामस्वरूप $76\frac{7}{6}$ आया, जिसे मिश्रित संख्या में $1161\frac{1}{6}$ के रूप में लिखा गया।

9. भिन्न का भाग (Fraction Division)

प्रश्न 9:

$$45 \div 27 = ? \frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 45 \div 27 &= 45 \times 72 = 4 \times 75 \times 2 \\ &= 2810 = 145 \\ &= 245\frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{2} \\ &= \frac{4 \times 7}{5 \times 2} = \frac{28}{10} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5} \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

यहां, हमने $27\frac{2}{7}$ का पलट $72\frac{7}{2}$ लिया और फिर गुणा किया, जिसके परिणामस्वरूप $145\frac{14}{5}$ आया, जिसे मिश्रित संख्या में $2452\frac{4}{5}$ के रूप में लिखा गया।

10. भिन्न का भाग (Fraction Division)

प्रश्न 10:

$$1115 \div 23 = ? \frac{11}{15} \div \frac{2}{3} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 1115 \div 23 &= 1115 \times 32 \\ &= 11 \times 315 \times 2 = 3330 \\ &= 1110 = 1110\frac{11}{15} \div \frac{2}{3} \\ &= \frac{11}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{11 \times 3}{15 \times 2} = \frac{33}{30} \\ &= \frac{11}{10} = 1\frac{1}{10} \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

हमने $23\frac{2}{3}$ का पलट $32\frac{3}{2}$ लिया और फिर गुणा किया, जिसके परिणामस्वरूप $(\frac{1110}{10})$ आया, जिसे मिश्रित संख्या में $11101\frac{1}{10}$ के रूप में लिखा गया।

निष्कर्ष:

भिन्नों का भाग करते समय हम दूसरे भिन्न का पलट (reciprocal) लेकर उसे पहले भिन्न से गुणा करते हैं। यह तरीका बहुत सरल और प्रभावी है, जो हमें भिन्नों के साथ गणना करने में मदद करता है।

दशमलव (Decimals)

1. दशमलव का जोड़ (Addition of Decimals)

प्रश्न 1:

निम्नलिखित दशमलव संख्याओं का योग करें:

$$3.25 + 5.753.25 + 5.75$$

उत्तर:

$$3.25 + 5.75 = 9.003.25 + 5.75 = 9.00$$

2. दशमलव का घटाव (Subtraction of Decimals)

प्रश्न 2:

निम्नलिखित दशमलव संख्याओं का घटाव करें:

$$9.50 - 2.259.50 - 2.25$$

उत्तर:

$$9.50 - 2.25 = 7.259.50 - 2.25 = 7.25$$

3. दशमलव का गुणा (Multiplication of Decimals)

प्रश्न 3:

निम्नलिखित दशमलव संख्याओं का गुणा करें:

$$4.5 \times 2.24.5 \times 2.2$$

उत्तर:

$$4.5 \times 2.2 = 9.904.5 \times 2.2 = 9.90$$

4. दशमलव का भाग (Division of Decimals)

प्रश्न 4:

निम्नलिखित दशमलव संख्याओं का भाग करें:

$$6.4 \div 1.66.4 \div 1.6$$

उत्तर:

$$6.4 \div 1.6 = 46.4 \div 1.6 = 4$$

5. दशमलव को भिन्न में बदलना (Converting Decimals to Fractions)

प्रश्न 5:

दशमलव 0.80.8 को भिन्न में बदलें।

उत्तर:

$$0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

6. भिन्न को दशमलव में बदलना (Converting Fractions to Decimals)

प्रश्न 6:

$34\frac{3}{4}$ को दशमलव में बदलें।

उत्तर:

$$34\frac{3}{4} = 34.75$$

7. दशमलव को सामान्यीकृत करना (Rounding Decimals)

प्रश्न 7:

दशमलव 5.6785.678 को दशमलव स्थान तक सामान्यीकृत करें।

उत्तर:

दशमलव 5.6785.678 को 2 दशमलव स्थान तक सामान्यीकृत करने पर:
5.685.68

8. मिश्रित संख्या को दशमलव में बदलना (Converting Mixed Numbers to Decimals)

प्रश्न 8:

मिश्रित संख्या $3123\frac{1}{2}$ को दशमलव में बदलें।

उत्तर:

$$312 = 3 + 12 = 3.53 \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = 3.5$$

9. दशमलव स्थान की पहचान करना (Identifying Decimal Places)

प्रश्न 9:

दशमलव संख्या 2.7842.784 में दशमलव स्थान की संख्या बताइए।

उत्तर:

दशमलव 2.7842.784 में तीन दशमलव स्थान हैं।

10. दशमलव का जोड़ (Addition of Decimals)

प्रश्न 10:

निम्नलिखित दशमलव संख्याओं का योग करें:

$$0.56 + 0.440.56 + 0.44$$

उत्तर:

$$0.56 + 0.44 = 1.000.56 + 0.44 = 1.00$$

विभाजन (Division)

1. सरल विभाजन (Simple Division)

प्रश्न 1:

$$56 \div 7 = ? 56 \div 7 = ?$$

उत्तर:

$$56 \div 7 = 8 56 \div 7 = 8$$

2. दशमलव का विभाजन (Division of Decimals)

प्रश्न 2:

$$4.5 \div 1.5 = ? 4.5 \div 1.5 = ?$$

उत्तर:

$$4.5 \div 1.5 = 3 4.5 \div 1.5 = 3$$

3. बड़ी संख्या का विभाजन (Division of Larger Numbers)

प्रश्न 3:

$$432 \div 24 = ? 432 \div 24 = ?$$

उत्तर:

$$432 \div 24 = 18 432 \div 24 = 18$$

4. विभाजन में शेषफल (Division with Remainder)

प्रश्न 4:

$$95 \div 6 = ? 95 \div 6 = ? \text{ (कृपया शेषफल भी लिखें)}$$

उत्तर:

$$95 \div 6 = 15 95 \div 6 = 15 \text{ (शेषफल 5)}$$

5. दशमलव का विभाजन (Division of Decimals)

प्रश्न 5:

$$6.4 \div 2 = ? 6.4 \div 2 = ?$$

उत्तर:

$$6.4 \div 2 = 3.2 6.4 \div 2 = 3.2$$

6. मिश्रित संख्या का विभाजन (Division of Mixed Numbers)

प्रश्न 6:

$$212 \div 112 = ? \quad 2\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = ?$$

उत्तर:

$$212 = 52, 112 = 32 \quad 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}, \quad 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{अब, } 52 \div 32 = 52 \times \frac{2}{32} = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

मिश्रित संख्या के रूप में: $1231\frac{2}{3}$

7. दशमलव का विभाजन (Division of Decimals)

प्रश्न 7:

$$9.24 \div 3 = ? \quad 9.24 \div 3 = ?$$

उत्तर:

$$9.24 \div 3 = 3.08 \quad 9.24 \div 3 = 3.08$$

8. बड़ी संख्या का विभाजन (Division of Larger Numbers)

प्रश्न 8:

$$1248 \div 32 = ? \quad 1248 \div 32 = ?$$

उत्तर:

$$1248 \div 32 = 39 \quad 1248 \div 32 = 39$$

9. मिश्रित संख्या में विभाजन (Division of Mixed Numbers)

प्रश्न 9:

$$325 \div 115 = ? \quad 3\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{5} = ?$$

उत्तर:

$$325 = 175, 115 = 65 \quad 3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}, \quad 1\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{अब, } 175 \div 65 = 175 \times \frac{5}{65} = 17 \times \frac{5}{13} = \frac{17}{13}$$

मिश्रित संख्या के रूप में: $2562\frac{5}{6}$

10. दशमलव का विभाजन (Division of Decimals)

प्रश्न 10:

$$12.8 \div 4 = ? \quad 12.8 \div 4 = ?$$

उत्तर:

$$12.8 \div 4 = 3.2 \quad 12.8 \div 4 = 3.2$$

निष्कर्ष:

विभाजन गणित का एक महत्वपूर्ण ऑपरेशन है, जिसे हम छोटी और बड़ी दोनों संख्याओं के साथ करते हैं।

भिन्नों का गुणन (Multiplication of Fractions)

1. सरल भिन्न का गुणा (Simple Fraction Multiplication)

प्रश्न 1:

$$23 \times 34 = ? \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 23 \times 34 &= 2 \times 33 \times 4 = 612 \\ &= 12 \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned} 52 \times 43 &= 5 \times 42 \times 3 = 206 \\ &= 313 \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{2 \times 3} \\ &= \frac{20}{6} = 3 \frac{1}{3} \end{aligned}$$

2. भिन्न का गुणा (Multiplying Two Fractions)

प्रश्न 2:

$$56 \times 45 = ? \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 56 \times 45 &= 5 \times 46 \times 5 = 2030 \\ &= 23 \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{5 \times 4}{6 \times 5} = \frac{20}{30} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

3. मिश्रित संख्या का गुणा (Multiplication of Mixed Numbers)

प्रश्न 3:

$$212 \times 113 = ? 2 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3} = ?$$

उत्तर:

मिश्रित संख्याओं को पहले इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलते हैं:

$$\begin{aligned} 212 &= 52, 113 = 432 \frac{1}{2} = \frac{5}{2}, \quad 1 \frac{1}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

4. भिन्न का गुणा (Multiplying Fractions with Whole Numbers)

प्रश्न 4:

$$3 \times 25 = ? 3 \times \frac{2}{5} = ?$$

उत्तर:

$$3 = 313 = \frac{3}{1}$$

अब,

$$\begin{aligned} 31 \times 25 &= 3 \times 21 \times 5 = 65 \\ &= 115 \frac{3}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{1 \times 5} = \frac{6}{5} \\ &= 1 \frac{1}{5} \end{aligned}$$

5. भिन्नों का गुणा (Multiplying Fractions with Simplification)

प्रश्न 5:

$$89 \times 2732 = ? \frac{8}{9} \times \frac{27}{32} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 89 \times 2732 &= 8 \times 279 \times 32 \\ &= 216288 \frac{8}{9} \times \frac{27}{32} \\ &= \frac{8 \times 27}{9 \times 32} = \frac{216}{288} \end{aligned}$$

अब, $216288 = 34 \frac{216}{288} = \frac{3}{4}$

6. भिन्न का गुणा (Multiplying Fractions)

प्रश्न 6:

$$78 \times 37 = ? \frac{7}{8} \times \frac{3}{7} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 78 \times 37 &= 7 \times 38 \times 7 = 2156 \\ &= 38 \frac{7}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{7 \times 3}{8 \times 7} = \frac{21}{56} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

7. मिश्रित संख्या का गुणा (Multiplying Mixed Numbers)

प्रश्न 7:

$$114 \times 223 = ? 1 \frac{1}{4} \times 2 \frac{2}{3} = ?$$

उत्तर:

मिश्रित संख्याओं को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलते हैं:

$$\begin{aligned} 114 &= 54, 223 = 831 \frac{1}{4} = \frac{5}{4}, \quad 2 \frac{2}{3} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned} 54 \times 83 &= 5 \times 84 \times 3 = 4012 \\ &= 313 \frac{5}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{5 \times 8}{4 \times 3} \\ &= \frac{40}{12} = 3 \frac{1}{3} \end{aligned}$$

8. भिन्न का गुणा (Multiplying Two Fractions)

प्रश्न 8:

$$910 \times 59 = ? \frac{9}{10} \times \frac{5}{9} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 910 \times 59 &= 9 \times 510 \times 9 = 4590 \\ &= 12 \frac{9}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{9 \times 5}{10 \times 9} \\ &= \frac{45}{90} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

9. मिश्रित संख्या का गुणा (Multiplying Mixed Numbers)

प्रश्न 9:

$$325 \times 145 = ? 3 \frac{2}{5} \times 1 \frac{4}{5} = ?$$

उत्तर:

मिश्रित संख्याओं को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलते हैं:

$$\begin{aligned} 325 &= 175, 145 = 953 \frac{2}{5} = \frac{17}{5}, \quad 1 \frac{4}{5} \\ &= \frac{9}{5} \end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned} 175 \times 95 &= 17 \times 95 \times 5 = 15325 \\ &= 6325 \frac{17}{5} \times \frac{9}{5} = \frac{17 \times 9}{5 \times 5} \\ &= \frac{153}{25} = 6 \frac{3}{25} \end{aligned}$$

10. भिन्न का गुणा (Multiplying Fractions with Whole Numbers)

प्रश्न 10:

$$5 \times 27 = ? 5 \times \frac{2}{7} = ?$$

उत्तर:

$$5 = 515 = \frac{5}{1}$$

अब,

$$\begin{aligned} 51 \times 27 &= 5 \times 21 \times 7 = 107 \\ &= 137 \frac{5}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{5 \times 2}{1 \times 7} \\ &= \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7} \end{aligned}$$

निष्कर्ष:

भिन्नों का गुणा करते समय हम सीधे-सीधे उनके अंश (numerator) और हर (denominator) को गुणा करते हैं। इसके साथ ही मिश्रित संख्याओं को पहले इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलकर गुणा करना होता है।

SQUARE ROOTS-

वर्ग (Square)

1. सरल संख्या का वर्ग (Square of Simple Number)

प्रश्न 1:

$$62 = ? 6^2 = ?$$

उत्तर:

$$62 = 6 \times 6 = 36 \quad 6^2 = 6 \times 6 = 36$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 66 को 66 से गुणा किया गया है, जिससे 3636 प्राप्त हुआ। किसी भी संख्या का वर्ग उस संख्या को खुद से गुणा करने से प्राप्त होता है।

2. दो अंकों का वर्ग (Square of Two-Digit Number)

प्रश्न 2:

$$122 = ? 12^2 = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 122 &= 12 \times 12 = 144 \\ 12^2 &= 12 \times 12 = 144 \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 1212 को 1212 से गुणा किया गया है, जिससे 144144 प्राप्त हुआ। इसे हम वर्ग (Square) कहते हैं।

3. दशमलव संख्या का वर्ग (Square of Decimal Number)

प्रश्न 3:

$$3.52 = ? 3.5^2 = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 3.52 &= 3.5 \times 3.5 = 12.25 \\ 3.5^2 &= 3.5 \times 3.5 = 12.25 \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 3.53.5 को 3.53.5 से गुणा किया गया है, जिससे 12.2512.25 प्राप्त हुआ। दशमलव संख्या का वर्ग करते समय, दशमलव को ध्यान में रखते हुए गुणा किया जाता है।

4. एकलांक संख्या का वर्ग (Square of Single Digit Number)

प्रश्न 4:

$$92 = ? 9^2 = ?$$

उत्तर:

$$92 = 9 \times 9 = 81 \quad 9^2 = 9 \times 9 = 81$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 99 को 99 से गुणा किया गया है, जिससे 8181 प्राप्त हुआ।

5. मिश्रित संख्या का वर्ग (Square of Mixed Number)

प्रश्न 5:

$$2122 = ? 2\frac{1}{2}^2 = ?$$

उत्तर:

पहले मिश्रित संख्या को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलते हैं:

$$212 = 522\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

अब,

$$\begin{aligned}(52)2 &= 5 \times 52 \times 2 = 254 \\ &= 6.25 \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5 \times 5}{2 \times 2} = \frac{25}{4} \\ &= 6.25\end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

मिश्रित संख्या को पहले इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलने के बाद उसका वर्ग किया गया। $2122\frac{1}{2}$ का वर्ग $6.256.25$ के रूप में आया।

6. नकारात्मक संख्या का वर्ग (Square of Negative Number)

प्रश्न 6:

$$(-4)2 = ? (-4)^2 = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned}(-4)2 &= (-4) \times (-4) = 16(-4)^2 \\ &= (-4) \times (-4) = 16\end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

नकारात्मक संख्या का वर्ग हमेशा सकारात्मक होता है, क्योंकि

दो नकारात्मक संख्याओं का गुणा सकारात्मक परिणाम देता है। इस प्रकार, $(-4)2 = 16(-4)^2 = 16$ है।

7. बड़ा संख्या का वर्ग (Square of Larger Number)

प्रश्न 7:

$$252 = ? 25^2 = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned}252 &= 25 \times 25 = 62525^2 \\ &= 25 \times 25 = 625\end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 2525 को 2525 से गुणा किया गया है, जिससे 625625 प्राप्त हुआ।

8. अंश और हर का वर्ग (Square of Fraction)

प्रश्न 8:

$$(34)2 = ? \left(\frac{3}{4}\right)^2 = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned}(34)2 &= 3 \times 34 \times 4 = 916\left(\frac{3}{4}\right)^2 \\ &= \frac{3 \times 3}{4 \times 4} = \frac{9}{16}\end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

भिन्न का वर्ग करते समय, अंश और हर को अलग-अलग गुणा किया जाता है। $34\frac{3}{4}$ का वर्ग $916\frac{9}{16}$ है।

9. दशमलव का वर्ग (Square of Decimal)

प्रश्न 9:

$$0.62 = ? 0.6^2 = ?$$

उत्तर:

$$0.62 = 0.6 \times 0.6 = 0.360.6^2 \\ = 0.6 \times 0.6 = 0.36$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 0.60.6 को 0.60.6 से गुणा किया गया है, जिससे 0.360.36 प्राप्त हुआ। दशमलव संख्या का वर्ग करते समय, दशमलव स्थानों का ध्यान रखा जाता है।

10. बड़ी संख्या का वर्ग (Square of Larger Number)

प्रश्न 10:

$$502 = ? 50^2 = ?$$

उत्तर:

$$502 = 50 \times 50 = 250050^2 \\ = 50 \times 50 = 2500$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 5050 को 5050 से गुणा किया गया है, जिससे 25002500 प्राप्त हुआ। बड़ी संख्याओं का वर्ग गुणा के जरिए सरलता से किया जाता है।

निष्कर्ष:

वर्ग (Square) किसी भी संख्या को खुद से गुणा करने से प्राप्त होता है। चाहे वह एकलांक संख्या हो, दशमलव हो, मिश्रित संख्या हो या भिन्न हो, सभी का वर्ग गुणा द्वारा निकाला जाता है।

वर्गमूल (Square Roots)

1. सरल संख्या का वर्गमूल (Square Root of a Simple Number)

प्रश्न 1:

$$25 = ? \sqrt{25} = ?$$

उत्तर:

$$25 = 5\sqrt{25} = 5$$

विस्तृत विवरण:

वर्गमूल वह संख्या होती है, जिसे खुद से गुणा करने पर मूल संख्या मिलती है। 2525 का वर्गमूल 5 है, क्योंकि $5 \times 5 = 25$ ।

2. दो अंकों का वर्गमूल (Square Root of Two-Digit Number)

प्रश्न 2:

$$64 = ? \sqrt{64} = ?$$

उत्तर:

$$64 = 8\sqrt{64} = 8$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 6464 का वर्गमूल 8 है, क्योंकि $8 \times 8 = 64$ ।

3. दशमलव संख्या का वर्गमूल (Square Root of Decimal Number)

प्रश्न 3:

$$0.81 = ? \sqrt{0.81} = ?$$

उत्तर:

$$0.81 = 0.9\sqrt{0.81} = 0.9$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 0.810.81 का वर्गमूल 0.90.9 है, क्योंकि $0.9 \times 0.9 = 0.81$ ।

4. नकारात्मक संख्या का वर्गमूल (Square Root of Negative Number)

प्रश्न 4:

$$-16 = ? \sqrt{-16} = ?$$

उत्तर:

$$-16 = 4i\sqrt{-16} = 4i \text{ (यहां } i \text{ कल्पनिक संख्या है, } i = -1i = \sqrt{-1})$$

विस्तृत विवरण:

वर्गमूल केवल सकारात्मक संख्याओं के लिए वास्तविक संख्या होती है। जब हम नकारात्मक संख्या का वर्गमूल निकालते हैं, तो हमें कल्पनिक संख्या (imaginary number) i का उपयोग करना पड़ता है। $-16 = 4i\sqrt{-16} = 4i$ है, क्योंकि $4i \times 4i = -16$ । $4i \times 4i = -16$ ।

5. मिश्रित संख्या का वर्गमूल (Square Root of Mixed Number)

प्रश्न 5:

$$214 = ? \sqrt{2\frac{1}{4}} = ?$$

उत्तर:

पहले मिश्रित संख्या को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलते हैं:

$$214 = 942\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

अब,

$$94 = 94 = 32 = 1.5 \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

विस्तृत विवरण:

मिश्रित संख्या को पहले इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलने के बाद, फिर उसका वर्गमूल निकाला गया। $94\frac{9}{4}$ का वर्गमूल 1.51.5 आया।

6. बड़ा संख्या का वर्गमूल (Square Root of Larger Number)

प्रश्न 6:

$$144 = ? \sqrt{144} = ?$$

उत्तर:

$$144 = 12\sqrt{144} = 12$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 144 का वर्गमूल 12 है, क्योंकि $12 \times 12 = 144$ । $12 \times 12 = 144$ ।

7. वर्गमूल का गुणा (Multiplying Square Roots)

प्रश्न 7:

$$25 \times 16 = ? \sqrt{25} \times \sqrt{16} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 25 \times 16 &= 25 \times 16 = 400 \\ &= 20\sqrt{25} \times \sqrt{16} \\ &= \sqrt{25 \times 16} = \sqrt{400} \\ &= 20 \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

जब हम दो वर्गमूलों को गुणा करते हैं, तो हम उनके अंदर की संख्याओं का गुणा करते हैं। यहां, $25 \times 16 = 400$ । $25 \times 16 = 400$ और $400 = 20\sqrt{400} = 20$ है।

8. वर्गमूल का भाग (Dividing Square Roots)

प्रश्न 8:

$$494 = ? \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = ?$$

उत्तर:

$$494 = 494 = 494 = 72 = 3.5 \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} \\ = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2} = 3.5$$

विस्तृत विवरण:

जब हम दो वर्गमूलों का भाग करते हैं, तो हम उनके अंदर की संख्याओं का भाग करते हैं। यहां, $494 = 72 \frac{49}{4} = \frac{7}{2}$, और $72 = 3.5 \frac{7}{2} = 3.5$ है।

9. दशमलव का वर्गमूल (Square Root of Decimal)

प्रश्न 9:

$$2.25 = ? \sqrt{2.25} = ?$$

उत्तर:

$$2.25 = 1.5 \sqrt{2.25} = 1.5$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 2.25 2.25 का वर्गमूल 1.5 1.5 है, क्योंकि $1.5 \times 1.5 = 2.25$ ।

10. बड़ी संख्या का वर्गमूल (Square Root of Large Number)

प्रश्न 10:

$$2500 = ? \sqrt{2500} = ?$$

उत्तर:

$$2500 = 50 \sqrt{2500} = 50$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 2500 2500 का वर्गमूल 50 50 है, क्योंकि $50 \times 50 = 2500$ ।

निष्कर्ष:

वर्गमूल (Square Root) वह प्रक्रिया है, जिसमें किसी संख्या का ऐसा मूल्य निकाला जाता है, जिसे स्वयं से गुणा करने पर वह संख्या प्राप्त होती है। अगर संख्या सकारात्मक है, तो उसका वास्तविक वर्गमूल होता है। अगर संख्या नकारात्मक है, तो उसका कल्पनिक (imaginary) वर्गमूल होता है। इसके अलावा, भिन्नों, दशमलव संख्याओं और मिश्रित संख्याओं का वर्गमूल भी निकाला जा सकता है।

वर्गमूल (Root) के प्रतीक

वर्गमूल (Root) का प्रतीक

वर्गमूल को $\sqrt{\quad}$ के प्रतीक से दर्शाया जाता है, जहां संख्या के ऊपर एक “ $\sqrt{\quad}$ ” चिह्न होता है। इसे **square root** कहते हैं। यह उस संख्या को दर्शाता है जिसका वर्गमूल निकाला जा रहा है।

1. सरल संख्या का वर्गमूल (Square Root of a Simple Number)

प्रश्न 1:

$$36 = ? \sqrt{36} = ?$$

उत्तर:

$$36 = 6 \sqrt{36} = 6$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 36 36 का वर्गमूल 6 6 है, क्योंकि $6 \times 6 = 36$ । $36 = 6 \sqrt{36} = 6$ ।

2. दो अंकों का वर्गमूल (Square Root of Two-Digit Number)

प्रश्न 2:

$$49 = ? \sqrt{49} = ?$$

उत्तर:

$$49 = 7\sqrt{49} = 7$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 49 का वर्गमूल 7 है, क्योंकि $7 \times 7 = 49$

3. दशमलव संख्या का वर्गमूल (Square Root of Decimal Number)

प्रश्न 3:

$$0.25 = ? \sqrt{0.25} = ?$$

उत्तर:

$$0.25 = 0.5\sqrt{0.25} = 0.5$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 0.25 का वर्गमूल 0.5 है, क्योंकि $0.5 \times 0.5 = 0.25$

4. नकारात्मक संख्या का वर्गमूल (Square Root of Negative Number)

प्रश्न 4:

$$-9 = ? \sqrt{-9} = ?$$

उत्तर:

$$-9 = 3i\sqrt{-9} = 3i \text{ (यहां } i \text{ कल्पनिक संख्या है, } i = \sqrt{-1} \text{)}$$

विस्तृत विवरण:

वर्गमूल केवल सकारात्मक संख्याओं के लिए वास्तविक संख्या होती है। नकारात्मक संख्याओं का वर्गमूल कल्पनिक संख्या में होता है। इसलिए $-9 = 3i\sqrt{-9} = 3i$

5. मिश्रित संख्या का वर्गमूल (Square Root of Mixed Number)

प्रश्न 5:

$$214 = ? \sqrt{2\frac{1}{4}} = ?$$

उत्तर:

पहले मिश्रित संख्या को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलते हैं:

$$214 = 942\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

अब,

$$94 = 94 = 32 = 1.5 \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

विस्तृत विवरण:

मिश्रित संख्या को पहले इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदला गया और फिर उसका वर्गमूल निकाला गया। $2142\frac{1}{4}$ का वर्गमूल 1.51.5 आया।

6. बड़ा संख्या का वर्गमूल (Square Root of Larger Number)

प्रश्न 6:

$$144 = ? \sqrt{144} = ?$$

उत्तर:

$$144 = 12\sqrt{144} = 12$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 144 का वर्गमूल 12 है, क्योंकि $12 \times 12 = 144$

7. वर्गमूल का गुणा (Multiplying Square Roots)

प्रश्न 7:

$$25 \times 16 = ? \sqrt{25} \times \sqrt{16} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 25 \times 16 &= 25 \times 16 = 400 \\ &= 20\sqrt{25} \times \sqrt{16} \\ &= \sqrt{25 \times 16} = \sqrt{400} \\ &= 20 \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

जब हम दो वर्गमूलों को गुणा करते हैं, तो हम उनके अंदर की संख्याओं का गुणा करते हैं। $25 \times 16 = 400$
 $25 \times 16 = 400$ और $400 = 20\sqrt{400} = 20$ है।

8. वर्गमूल का भाग (Dividing Square Roots)

प्रश्न 8:

$$494 = ? \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = ?$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} 494 &= 494 = 494 = 72 = 3.5 \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2} = 3.5 \end{aligned}$$

विस्तृत विवरण:

जब हम दो वर्गमूलों का भाग करते हैं, तो हम उनके अंदर की संख्याओं का भाग करते हैं। $494 = 72 \frac{49}{4} = \frac{7}{2}$, और $72 = 3.5 \frac{7}{2} = 3.5$ है।

9. दशमलव का वर्गमूल (Square Root of Decimal Number)

प्रश्न 9:

$$2.25 = ? \sqrt{2.25} = ?$$

उत्तर:

$$2.25 = 1.5\sqrt{2.25} = 1.5$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 2.252.25 का वर्गमूल 1.51.5 है, क्योंकि $1.5 \times 1.5 = 2.25$ ।

10. बड़ी संख्या का वर्गमूल (Square Root of Large Number)

प्रश्न 10:

$$2500 = ? \sqrt{2500} = ?$$

उत्तर:

$$2500 = 50\sqrt{2500} = 50$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 25002500 का वर्गमूल 5050 है, क्योंकि $50 \times 50 = 2500$ ।

निष्कर्ष:

वर्गमूल (Square Root) वह प्रक्रिया है, जिसमें किसी संख्या का ऐसा मूल्य निकाला जाता है, जिसे स्वयं से गुणा करने पर वह संख्या प्राप्त होती है। किसी संख्या का वर्गमूल निकालने के लिए हम $\sqrt{\quad}$ प्रतीक का उपयोग करते हैं। अगर संख्या सकारात्मक है, तो उसका वास्तविक वर्गमूल होता है, और यदि संख्या नकारात्मक है, तो उसका कल्पनिक (imaginary) वर्गमूल होता है।

वर्गमूल (Square Root) निकालने की विधियाँ

वर्गमूल निकालने के कई तरीके होते हैं। यहाँ हम कुछ प्रमुख विधियों का उल्लेख करेंगे:

वर्गमूल निकालने की प्रमुख विधियाँ

1. वर्गमूल का अनुमान (Estimation method)
2. लॉन्ग डिवीजन विधि (Long Division Method)
3. वर्गमूल का गुणा विधि (Multiplying Method)
4. न्यूटन राफ्सन विधि (Newton's Method)

इनमें से सबसे सामान्य विधिलॉन्ग डिवीजन विधिहोती है, जिसका हम यहाँ उदाहरणों के साथ समझेंगे।

1. संख्या का वर्गमूल निकालने का सामान्य तरीका (Estimation Method)

प्रश्न 1:

$$25 = ? \sqrt{25} = ?$$

उत्तर:

$$25 = 5\sqrt{25} = 5$$

विस्तृत विवरण:

यहाँ, 25 का वर्गमूल 5 है क्योंकि $5 \times 5 = 25$ । यह सबसे सामान्य तरीका है, जो तब काम आता है जब संख्या का वर्गमूल एक पूर्णांक होता है।

2. लंबी भाग विधि (Long Division Method) - उदाहरण 1

प्रश्न 2:

$$36 = ? \sqrt{36} = ?$$

उत्तर:

लॉन्ग डिवीजन विधिसे वर्गमूल निकालने के लिए सबसे पहले हमें संख्या को भागों में विभाजित करना होगा।

विस्तृत विवरण:

1. 36 को विभाजित करने के लिए, हम 36 को जोड़ने का काम करते हैं।

2. सबसे पहले 6 और 6 को भाग में विभाजित करते हैं,
जो $36 = 6\sqrt{36} = 6$ होगा।
उत्तर: $36 = 6\sqrt{36} = 6$ ।

3. लंबी भाग विधि (Long Division Method) - उदाहरण 2

प्रश्न 3:

$$144 = ? \sqrt{144} = ?$$

उत्तर:

लॉन्ग डिवीजन विधिद्वारा:

1. सबसे पहले, 144 को विभाजित करना शुरू करते हैं।
2. 12 और 12 से इसे भाग करते हैं।

$$\text{उत्तर: } 144 = 12\sqrt{144} = 12$$

4. दशमलव संख्या का वर्गमूल निकालना (Square Root of Decimal Numbers)

प्रश्न 4:

$$0.81 = ? \sqrt{0.81} = ?$$

उत्तर:

$$0.81 = 0.9\sqrt{0.81} = 0.9$$

विस्तृत विवरण:

जब दशमलव संख्याओं का वर्गमूल निकाला जाता है, तो हम दशमलव की स्थिति का ध्यान रखते हुए उसका गुणा करते हैं। $0.9 \times 0.9 = 0.81$ । $0.9 \times 0.9 = 0.81$ होता है।

5. नकारात्मक संख्या का वर्गमूल निकालना (Square Root of Negative Number)

प्रश्न 5:

$$-16 = ? \sqrt{-16} = ?$$

उत्तर:

$$-16 = 4i\sqrt{-16} = 4i \text{ (कल्पनिक संख्या)}$$

विस्तृत विवरण:

यहां -16 का वर्गमूल $4i$ है। नकारात्मक संख्या का वास्तविक वर्गमूल नहीं होता, इसके लिए हमें कल्पनिक संख्या

i का उपयोग करना पड़ता है, जहां $i = \sqrt{-1}$

होता है।

6. मिश्रित संख्या का वर्गमूल निकालना (Square Root of Mixed Numbers)

प्रश्न 6:

$$214 = ? \sqrt{2\frac{1}{4}} = ?$$

उत्तर:

1. सबसे पहले मिश्रित संख्या को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलते हैं।

$$214 = 942\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

2. अब $94 = 94 = 32 = 1.5\sqrt{\frac{9}{4}} =$

$$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

विस्तृत विवरण:

मिश्रित संख्या को इम्प्रॉपरी फ्रैक्शन में बदलने के बाद हम उसका वर्गमूल निकालते हैं। $94\frac{9}{4}$ का वर्गमूल 1.5 है।

7. लंबी भाग विधि (Long Division Method) - उदाहरण 3

प्रश्न 7:

$$225 = ? \sqrt{225} = ?$$

उत्तर:

लॉन्ग डिवीजन विधिद्वारा:

1. 225 को भाग में विभाजित किया जाता है।
2. हम 15 से $225 = 15\sqrt{225} = 15$ प्राप्त करते हैं।

विस्तृत विवरण:

यहां, 225 का वर्गमूल 15 है, क्योंकि $15 \times 15 = 225$ ।

8. दशमलव का वर्गमूल (Square Root of Decimal Number) - उदाहरण 2

प्रश्न 8:

$$0.49 = ? \sqrt{0.49} = ?$$

उत्तर:

$$0.49 = 0.7\sqrt{0.49} = 0.7$$

विस्तृत विवरण:

यहां, 0.49 का वर्गमूल 0.7 है, क्योंकि $0.7 \times 0.7 = 0.49$ ।

9. बड़ी संख्या का वर्गमूल निकालना (Square Root of Large Numbers)

प्रश्न 9:

$$1024 = ? \sqrt{1024} = ?$$

उत्तर:

$$1024 = 32\sqrt{1024} = 32$$

विस्तृत विवरण:

यहां 10241024 का वर्गमूल 3232 है, क्योंकि $32 \times 32 = 1024$ $32 \times 32 = 1024$ ।

10. कोई बड़ा संख्या का वर्गमूल निकालना (Square Root of Larger Number)

प्रश्न 10:

$$2500 = ? \sqrt{2500} = ?$$

उत्तर:

$$2500 = 50 \sqrt{2500} = 50$$

विस्तृत विवरण:

यहां 25002500 का वर्गमूल 5050 है, क्योंकि $50 \times 50 = 2500$ $50 \times 50 = 2500$ ।

निष्कर्ष:

वर्गमूल निकालने के कई तरीके हैं, जिनमें **लॉन्ग डिवीजन विधि**, **अंदाज विधि**, और **गुणा विधि** शामिल हैं। इन तरीकों का अभ्यास करने से हम किसी भी संख्या का वर्गमूल आसानी से निकाल सकते हैं। सबसे अधिक उपयोगी और सही विधि **लॉन्ग डिवीजन विधि** है, जो बड़े और जटिल नंबरों का वर्गमूल निकालने में सहायक होती है।

GRAPH-

ग्राफ बनाने के नियम (Rules for Drawing Graphs)

ग्राफ बनाने के दौरान कुछ महत्वपूर्ण नियम होते हैं, जिन्हें ध्यान में रखना जरूरी है। ये नियम आपकी गणनाओं को सही तरीके से प्रस्तुत करने में मदद करते हैं। यहां **ग्राफ बनाने के नियम** और **10 अंक वाले प्रश्न** दिए गए हैं, जिनमें हर एक प्रश्न के उत्तर और विस्तृत विवरण के साथ समझाया गया है।

ग्राफ बनाने के सामान्य नियम:

1. **सही स्केल का चुनाव** - ग्राफ पर अंकित करने के लिए सही स्केल का चुनाव करना चाहिए। इसका मतलब है कि X और Y-अक्ष पर अंकित संख्याओं के लिए उचित अंतराल रखना।
2. **समान अंतराल रखना** - दोनों अक्षों (X और Y) पर समान अंतराल रखें, ताकि ग्राफ सही तरीके से प्रदर्शित हो।
3. **शिरोनाम (Title)** - ग्राफ के शीर्ष पर एक स्पष्ट और संक्षिप्त शीर्षक देना चाहिए।
4. **अक्षों का नामकरण** - X और Y-अक्ष को स्पष्ट रूप से नामित करना चाहिए। X-अक्ष (क्षैतिज) और Y-अक्ष (लंबवत) के नाम स्पष्ट और सही होने चाहिए।
5. **डेटा पॉइंट्स** - सभी दिए गए डेटा बिंदुओं को सही रूप से ग्राफ पर अंकित करें।
6. **सुनिश्चित करें कि सभी बिंदु सही हैं** - डेटा के बिंदुओं को सही रूप से ग्राफ पर अंकित करें। प्रत्येक बिंदु की X और Y वैल्यू को सही तरीके से जोड़ा जाए।
7. **लाइन या बार का प्रयोग** - ग्राफ में डेटा को जोड़ने के लिए उचित लाइन (लाइन ग्राफ) या बार (बार ग्राफ) का चयन करें।
8. **उचित रंगों का प्रयोग** - अगर अधिक डेटा पॉइंट्स हैं, तो विभिन्न रंगों का उपयोग करें ताकि ग्राफ साफ और स्पष्ट दिखे।
9. **ग्राफ को आसान बनाएं** - ग्राफ को पढ़ने और समझने में आसानी होनी चाहिए। इसे साफ-सुथरा और समझने योग्य बनाना चाहिए।
10. **Y-अक्ष का मूल्यांकन** - Y-अक्ष को शुरू से अंत तक सही रूप से विभाजित करें ताकि डेटा का सही तरीके से चित्रण हो सके।

10 ग्राफ से संबंधित अंक प्रश्न (Numerical Questions with Answers and Descriptions)

1. लाइन ग्राफ बनाने के लिए

प्रश्न 1:

नीचे दिए गए डेटा से एक लाइन ग्राफ बनाइए:

दिन तापमान (°C)

1	20
2	22
3	18
4	24
5	26

उत्तर:

1. X-अक्ष पर दिन (1, 2, 3, 4, 5) और Y-अक्ष पर तापमान (20, 22, 18, 24, 26) का मान लें।
2. डेटा पॉइंट्स 1, 20; 2, 22; 3, 18; 4, 24; 5, 26 पर अंकित करें।
3. इन पॉइंट्स को जोड़ने के लिए एक लाइन खींचें।

विस्तृत विवरण:

इस ग्राफ में हम दिनांक को X-अक्ष पर और तापमान को Y-अक्ष पर दिखाएंगे। डेटा पॉइंट्स को जोड़ने से हमें तापमान के परिवर्तन का एक ट्रेंड (Trend) दिखाई देगा।

2. बार ग्राफ बनाना**प्रश्न 2:**

नीचे दिए गए डेटा से एक बार ग्राफ बनाइए:

वस्तु	कीमत (₹)
पेंसिल	5
किताब	50
इरेज़र	10
रबर	20
स्केल	15

उत्तर:

1. X-अक्ष पर वस्तुओं (पेंसिल, किताब, इरेज़र, रबर, स्केल) को रखें।

2. Y-अक्ष पर कीमत को (₹5, ₹50, ₹10, ₹20, ₹15) के अनुसार विभाजित करें।
3. प्रत्येक वस्तु के लिए एक बार खींचें, जहां उनकी कीमत के अनुसार लंबाई हो।

विस्तृत विवरण:

बार ग्राफ के लिए हम प्रत्येक वस्तु की कीमत के अनुसार बार खींचते हैं। बार का आकार वस्तु की कीमत के अनुपात में होता है, जिससे हम आसानी से तुलना कर सकते हैं।

3. डेटा की तालिका से ग्राफ**प्रश्न 3:**

नीचे दिए गए डेटा से एक ग्राफ बनाइए:

वर्ष जनसंख्या (लाख में)

2010	50
2015	60
2020	70
2025	80

उत्तर:

1. X-अक्ष पर वर्ष (2010, 2015, 2020, 2025) और Y-अक्ष पर जनसंख्या (50, 60, 70, 80) का मान लें।
2. डेटा पॉइंट्स 2010, 50; 2015, 60; 2020, 70; 2025, 80 पर अंकित करें।
3. इन पॉइंट्स को जोड़ने के लिए एक लाइन खींचें।

विस्तृत विवरण:

इस ग्राफ में हम जनसंख्या का समय के साथ वृद्धि दिखाते हैं, जो एक लाइन ग्राफ में स्पष्ट रूप से दिखेगा।

4. पाई चार्ट बनाना**प्रश्न 4:**

दिए गए डेटा से पाई चार्ट बनाइए:

श्रेणी प्रतिशत (%)

विज्ञान 40

गणित 30

अंग्रेजी 30

उत्तर:

1. कुल प्रतिशत 100% है।
2. विज्ञान, गणित, और अंग्रेजी के लिए 40%, 30%, और 30% के कोण निकालें।
3. पाई चार्ट में इन प्रतिशतों को विभिन्न हिस्सों के रूप में दर्शाएं।

विस्तृत विवरण:

पाई चार्ट में हर श्रेणी के लिए एक कोण मिलता है जो उस श्रेणी का प्रतिशत प्रतिनिधित्व करता है। उदाहरण के लिए, विज्ञान का 40% मतलब $40 \times 360 / 100 = 144^\circ$ होगा।

$$40 \times \frac{360}{100} = 144^\circ \text{ होगा।}$$

5. डेटा के पैटर्न से ग्राफ

प्रश्न 5:

नीचे दिए गए डेटा से ग्राफ बनाइए:

समय (सेकंड में)	दूरी (मीटर में)
1	5
2	15
3	30
4	50

उत्तर:

1. X-अक्ष पर समय और Y-अक्ष पर दूरी रखें।
2. डेटा पॉइंट्स (1, 5), (2, 15), (3, 30), (4, 50) पर अंकित करें।
3. इन बिंदुओं को जोड़ने के लिए लाइन खींचें।

विस्तृत विवरण:

यह एक उदाहरण है जहां समय के साथ दूरी बढ़ती जाती है, और इसे हम एक लाइन ग्राफ के रूप में दिखा सकते हैं।

6. ग्राफ में विशेष बिंदु का चयन

प्रश्न 6:

यदि ग्राफ पर बिंदु (3, 4) है, तो इसका मतलब क्या होगा?

उत्तर:

यह बिंदु X-अक्ष पर 3 और Y-अक्ष पर 4 का प्रतिनिधित्व करता है।

विस्तृत विवरण:

ग्राफ में (3, 4) बिंदु का मतलब है कि X-अक्ष पर बिंदु 3 पर स्थित है और Y-अक्ष पर बिंदु 4 पर स्थित है। इसका अर्थ है कि $X = 3$ और $Y = 4$ ।

7. ग्राफ की गति का अध्ययन

प्रश्न 7:

नीचे दिए गए डेटा से गति का अध्ययन करें:

समय (घंटों में)	दूरी (किलोमीटर में)
1	20
2	40
3	60
4	80

उत्तर:

1. X-अक्ष पर समय और Y-अक्ष पर दूरी रखें।
2. डेटा पॉइंट्स (1, 20), (2, 40), (3, 60), (4, 80) पर अंकित करें।

विस्तृत विवरण:

यह एक सीधी रेखा है, जिससे यह पता चलता है कि दूरी समय के साथ समान गति से बढ़ रही है।

8. रिवर्स ट्रेंड (Reverse Trend)

प्रश्न 8:

नीचे दिए गए डेटा में घटती हुई प्रवृत्ति को दिखाएं:

वर्ष	बिक्री (₹)
2010	5000
2011	4500
2012	4000
2013	3500

उत्तर:

यह एक घटते हुए ट्रेंडको दिखाने वाला ग्राफ होगा।

विस्तृत विवरण:

इस ग्राफ में हम देख सकते हैं कि जैसे-जैसे वर्ष बढ़ रहे हैं, बिक्री में गिरावट आ रही है।

9. ट्रेंड का विश्लेषण

प्रश्न 9:

यदि एक ग्राफ के बिंदु एक साथ बढ़ रहे हैं, तो क्या यह दिखाता है?

उत्तर:

यह वृद्धि (Increasing) ट्रेंड को दिखाता है।

विस्तृत विवरण:

जब बिंदु ऊपर की ओर बढ़ रहे होते हैं, तो इसका मतलब है कि मान में वृद्धि हो रही है।

10. ग्राफ पर किसी विशेष क्षेत्र का मूल्यांकन

प्रश्न 10:

यदि ग्राफ पर किसी विशेष क्षेत्र में बिंदु स्थिर रहते हैं, तो इसका क्या मतलब है?

उत्तर:

यह स्थिरता (Stability) का संकेत होता है।

विस्तृत विवरण:

यदि किसी क्षेत्र में बिंदु एक समान रहते हैं, तो इसका मतलब है कि उस समय के दौरान कोई परिवर्तन नहीं हो रहा है, और वह स्थिति स्थिर है।

निष्कर्ष:

ग्राफ बनाते समय ये नियम और विधियाँ महत्वपूर्ण होती हैं। इन्हें ध्यान में रखते हुए, आप अपने डेटा को सही तरीके से प्रस्तुत कर सकते हैं और आसानी से उसका विश्लेषण कर सकते हैं।

सरल ग्राफ का निर्माण और पठन (Drawing and Reading of Simple Graphs)

ग्राफ गणितीय डेटा या जानकारी को दृश्य रूप में प्रस्तुत करने का एक तरीका है। सरल ग्राफ (Simple Graphs) में विभिन्न प्रकार के डेटा को दर्शाने के लिए उपयोग किए जाने वाले दो प्रमुख प्रकार होते हैं: लाइन ग्राफ और बार ग्राफ। इन ग्राफों का सही तरीके से निर्माण और पठन करने के लिए कुछ नियमों और प्रक्रियाओं को जानना आवश्यक होता है।

ग्राफ बनाने के नियम:

1. **समान स्केल का चयन** - X और Y अक्ष पर समान अंतराल होना चाहिए।
2. **अक्षों का नामकरण** - X और Y अक्ष को स्पष्ट रूप से नामित किया जाए।
3. **डेटा का सही तरीके से प्रतिनिधित्व** - डेटा को सही रूप में अंकित किया जाए।
4. **ग्राफ का शीर्षक** - ग्राफ का शीर्षक स्पष्ट और संक्षिप्त होना चाहिए।
5. **आधिकारिक रंगों का प्रयोग** - यदि आवश्यक हो तो विभिन्न रंगों का उपयोग करें, ताकि डेटा का स्पष्ट रूप से प्रतिनिधित्व हो सके।